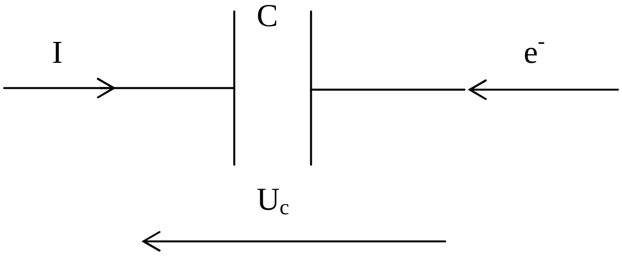
Etude de la charge et de la décharge d'un condensateur à travers une résistance

1. Caractéristiques des condensateurs :

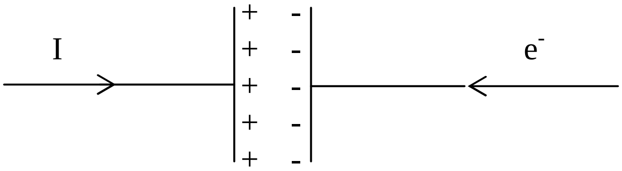
1.1. Définition :

Un condensateur est constitué de deux plaques en regard, conductrices, appelées armatures, séparées par un isolant appelé diélectrique.

Exemple : le condensateur plan



Un condensateur accumule des charges + q et – q sur ses armatures.



Soit C la capacité du condensateur à accumuler des charges. Elle dépend de la taille des plaques, de leur forme, de l'épaisseur de diélectrique…. Elle se mesure en farad (F).

1.2. Relation entre la tension aux bornes d'un condensateur et q la charge accumulée :

Soit q la charge sur l'armature positive du condensateur. Nous montrons que :

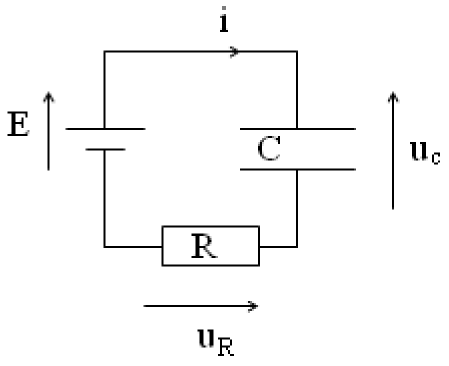
$$U_c = q / C$$

Lorsque le condensateur est chargé, la tension à ses bornes est celle du générateur qui a permis de le charger

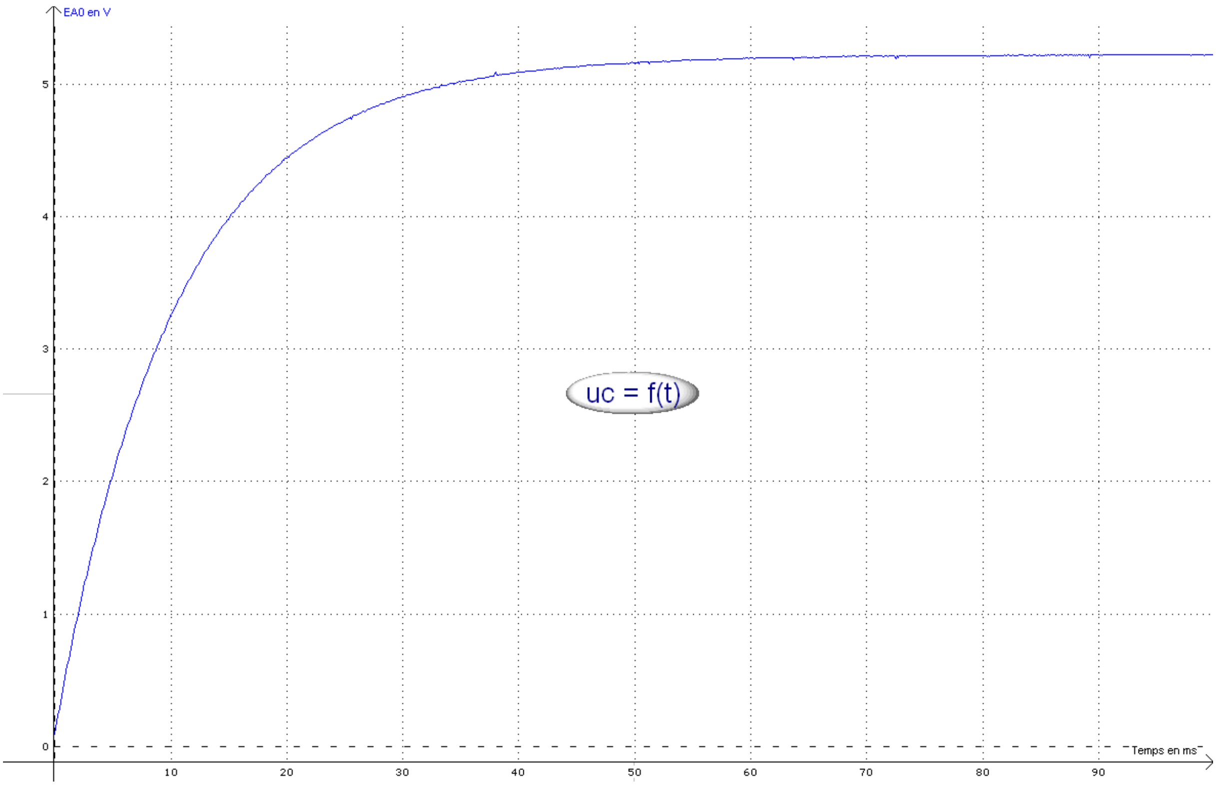
2. Charge d'un condensateur à travers une résistance :

Il s'agit d'un régime transitoire, c'est-à-dire un régime qui ne dure qu'un court instant. Un courant permanent ne peut pas s'établir dans un tel circuit car la chaine des conducteurs est interrompue par le diélectrique du condensateur.

2.1. Etude de la charge :



Nous obtenons le graphe $u_c = f(t)$ ci-dessous. Tant qu'u_C varie, le régime est transitoire. Lorsque $u_C = (u_C)_{max}$ est atteint, il s'établit un régime permanent.



La loi des mailles s'écrit : $E = u_c + u_r$

$$\text{Sachant que } i = \frac{dq}{dt}$$

$$u_R = Ri \text{ (loi d'ohm)}$$

$$u_c = \frac{q}{c} \text{ et donc } \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$$

$$u_R = R\frac{dq}{dt} = RC\frac{du_C}{dt}$$

La loi d'additivité des tensions se réécrit :

$$E = u_C + RC\frac{du_C}{dt}$$

Cette équation est appelée équation différentielle de charge. La variable q et sa dérivée première du_C/dt sont reliées par cette équation.

La solution de cette équation est $u_C = E * (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$. (Elle vous est fournie dans les énoncés des exercices)

- Si t tend vers 0 alors $u_C = 0$ (condensateur déchargé)
- Si t tend vers l'infini $u_C = E$ (condensateur chargé)

Vérifions que cette solution soit solution de l'équation différentielle précédente.
$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC} e^{-t/RC}$ (dérivée de u_C par rapport au temps)

Remplaçons u_c et sa dérivée dans l'équation différentielle :

$$E = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) + RC\left(\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

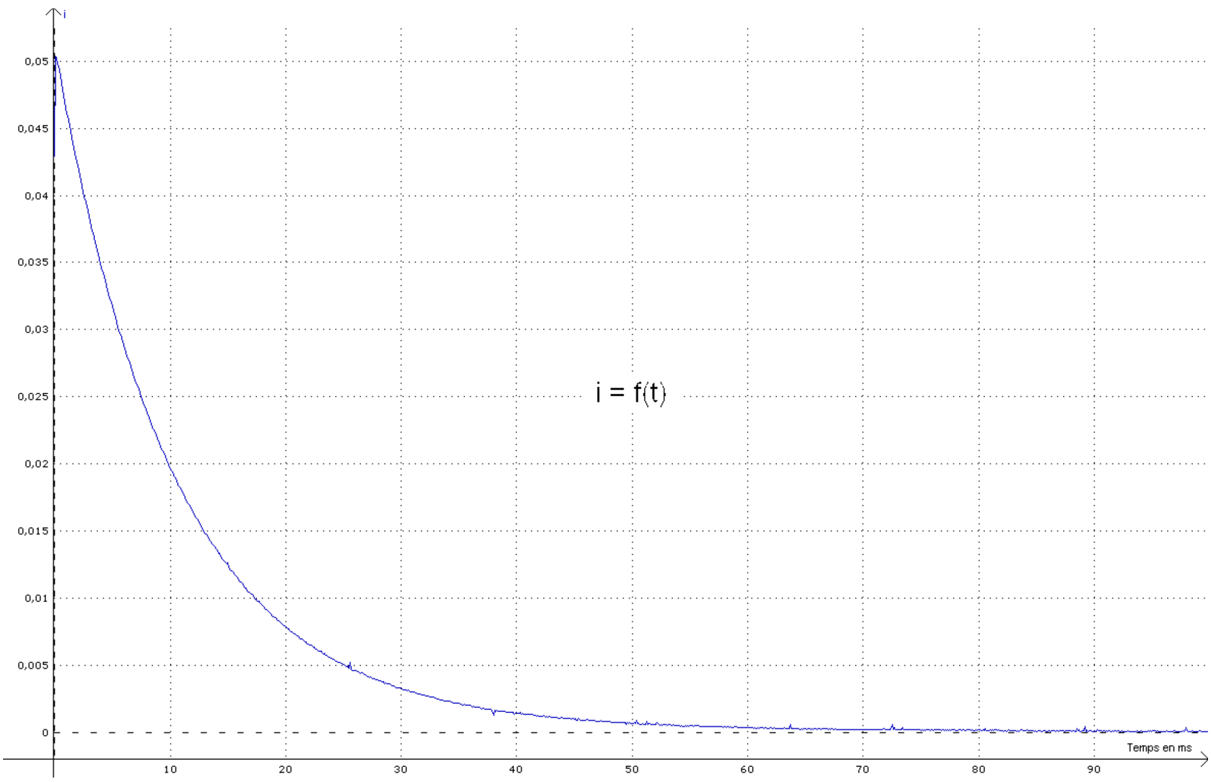
En simplifiant :

$$E = \left(E - Ee^{-\frac{t}{RC}}\right) + E e^{-\frac{t}{RC}})$$

Soit E = E ce qui prouve que la solution vérifie bien l'équation différentielle.

<u>2.2. Variation de l'intensité du courant qui traverse le circuit en fonction du temps :</u>

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$



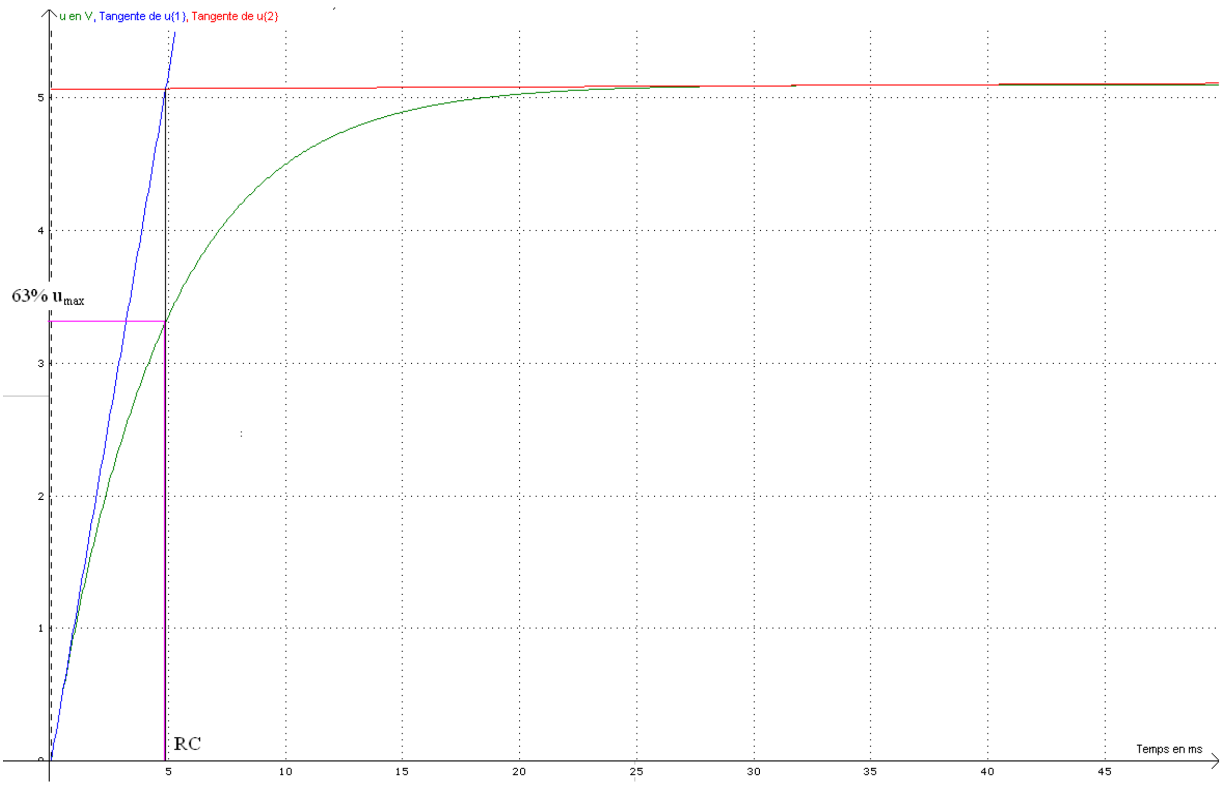
L'intensité du courant qui traverse le circuit est E/R à t = 0 puis diminue exponentiellement jusqu'à 0

2.3. Constante de temps :

Notons que le produit RC est un temps d'après appelé constante de temps du circuit. On le note τ. On admet généralement qu'au bout de 5 τ, le condensateur est chargé.

Cette constante se mesure de deux façons différentes :

- En traçant la tangente en t = 0 à la courbe $u_C = f(t)$ et en lisant le temps pour laquelle cette tangente coupe l'asymptote $u_C = (u_C)_{max}$
- En déterminant la valeur de t pour laquelle u_C = 63 % de $(u_C)_{max}$

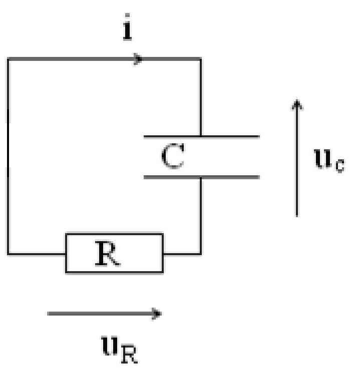


2.4. Energie stockée dans un condensateur :

La puissance emmagasinée sous forme électrostatique dans le condensateur est fonction de sa charge $P = u_c i$.

L'énergie emmagasinée dans le condensateur au bout d'un temps t est : $\mathcal{E} = 0{,}5\ C\ u_C^2$

3. étude de la décharge d'un condensateur à travers une résistance:



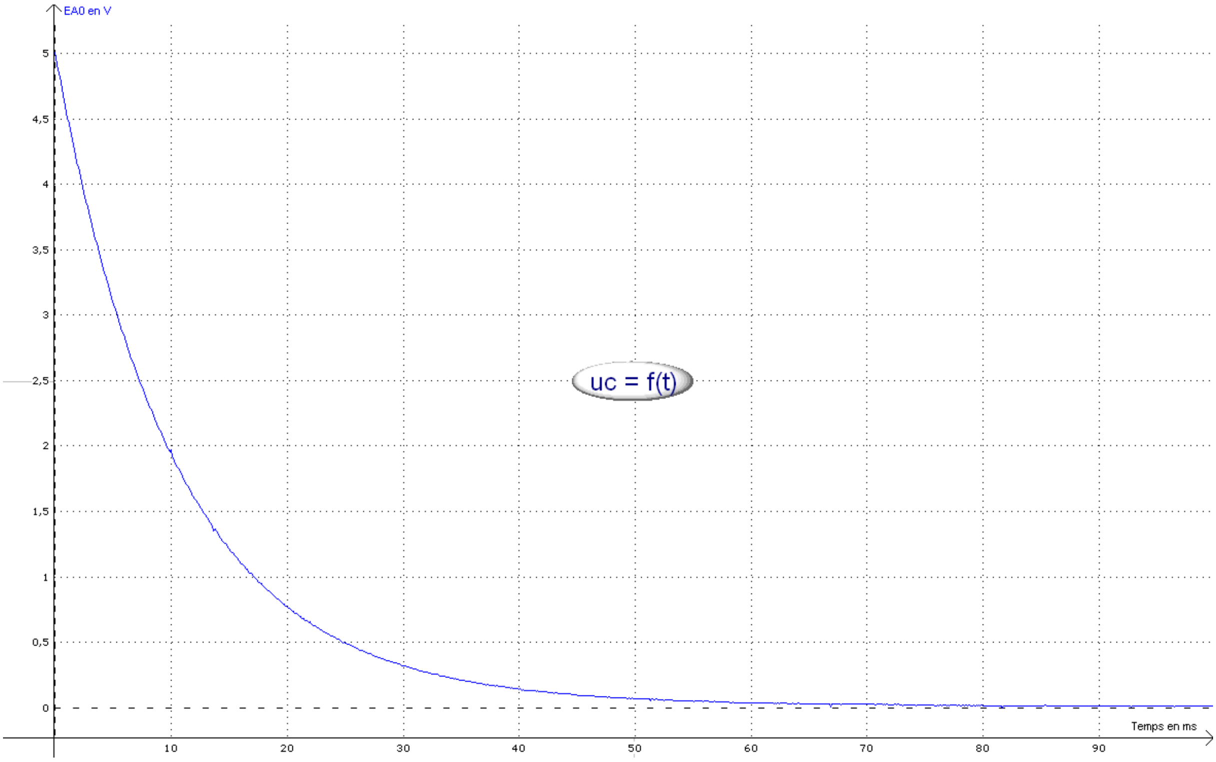
Nous conservons les conventions de la charge.

La loi des mailles s'écrit : $0 = u_c + u_r$

soit

$$0 = u_C + RC\frac{du_C}{dt}$$

Sa solution est $u_C = E * e^{-\frac{t}{RC}}$.



Nous en déduisons $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{R}e^{-t/RC}$. Il a la même forme que pour la charge mais il est négatif. Dans la décharge, le sens de i est contraire à celui choisi par convention.